طبيعة وفلسفة الرياضيات - دراسة تحليلية-

د- غالب محمود الطويل
جامعة التحدى - ص . ب 674 سرت ليبيا

* مقدمـــة

يتميز العصر الذى نعيش فيه بالتكنولوجيا والتقدم العلمي الهائل والانفجار المعرفي ، علـــى أن أهم سمة لهذا العصر هي دور الرياضيات في الاكتشافات الحديثة والنظريات العلمية التى أدت الى اكتشاف الذرة وغزو الفضاء باستخدام الصواريخ عابرة القارات والأقمار الصناعية وسفـــن الفضـــــاء .

من هنا تهتم الدول باعداد أجيالها اعدادا جيدا في مجال الرياضيات الى الدرجة التي أصبح فيها تقدم الأمم ورقيها يقاس بعدد ما لديها من علماء في الرياضيات وهذا ما حذا أحد رؤســـاء أمريكـــا الى اعتبار أن الرياضيات هي خط الدفاع الثاني للدولـة .

لذلك نجد اهتمام الدول بتطوير وتحديث مناهج الرياضيات خاصة بما يتماشى مع قـدرات الطلاب واستعدادهم الدراسي من جهة وبما يتطلبه هدا العصر من وجود كوادر من المتعلميـــن يتميزون بقدرات عقلية مميزة مثل القدرة على التفكير الناقد والابتكاريـة أو الابـداع والذيـــن يستطيعون أن يفهموا ويمارسوا لعبة الرياضيات باتقان ومهارة وفن وينقلوا هذه اللعبة الى الواقـع الحياتي في شتـــى الميادي ـــن (3 ، 2) .*

من هنا لابد لدارس الرياضيات في أى مستوى عمرى من خلال السلم التعليمـــــي (*ابتدائـي اعدادى-ثانوى-جامعي*) أن يفهم طبيعة وفلسفة هذه المادة أو هذا العلم حسب قدراته وامكاناتـــــه .

*** التزم الباحث بكتابة المراجع بهذه الطريقة حيث يشير العدد الأول الى رقم المرجع والعدد الثاني الى رقم الصفحة في المرجع .**

* هدف الدراسة

تهدف هذه الدراسة بصورة أساسية الى تبصير المتعلمين أو المهتمين بدراسة الرياضيات الى :-

1- طبيعة وفلسفة مادة الرياضيات .
2- دور الرياضيات الفاعل في العلوم الأخرى .
3- أثر الرياضيات في حياتنا العامة والخاصة .
4- العلاقة بين طبيعة الرياضيات وطبيعة التفكير الرياضي .

* أهمية الدراسة :-

تنبع أهمية هذه الدراسة من أهمية ودور الرياضيات بالنسبة للواقع الذى نعيش فيه فهي بالنسبة للعالم المتحضر كالهواء الذى يتنفسه الكائن الحي ولاغنى له عنه فلا يمكن أن نتصور عالمنا هذا بدون رياضيات .

والرياضيات ينشأ دورها في تمييز العلوم الأخرى كما عبر عن ذلك ***كانت*** بقوله (**في كل علم طبيعي معين يمكن ايجاد مقدار معين من العلوم المميزة بقدر ما هو موجود به من** رياضيات) .

والرياضيات كمادة دراسية تمثل ذلك المجهول الذى يدرسه الطالب ولايعرف عنه شيئا فاذا ما عرف الطالب أو الدارس ماهية وطبيعة وفلسفة هذه المادة تكون لديه نوعا من الالفة بها وقد يتولد لديه ميل محبب تجاهها وتجاه دراستها أو قد يتعدل اتجاهه نحوها من السلبية الى الايجابية .

والمعلمون الذين يقومون بتدريس هذه المادة بحاجة الى التعرف على طبيعة وفلسفة المادة التي يدرسونها لانهم كثيرا ما يواجهون بأسئلة من تلاميذهم يصعب عليهم (المعلمين) الاجابة عنها ففي هذه الدراسة يجد المعلم والمتعلم ما يبحث عنه ليس التطبيقات الرياضية ولكن طبيعة وفلسفة الرياضيات التي يعلمها أو يتعلمها .

* طبيعة الرياضيات

تعتبر الرياضيات من أقدم العلوم التى عرفها الانسان واستخدمها في حياته اليومية بصورة مباشرة خاصة عندما احتاج الى المقاييس والعمليات في معاملاته ونشاطاته ، وكأى شيء يبدأ بسيطا ثم يتطور بمرور الزمن فكانت الفروع كالحساب والجبر والهندسة وحساب المثلثات والثوبولوجي والاحصاء والاحتمالات وغيرها .. ولقد تميزت الرياضيات عن سائر العلوم بطبيعة وفلسفة مختلفتين فنجد أن طبيعة الرياضيات تتميز بالاتي :-

أولا :

إن أحد الأسباب التي أدت الى وضع الرياضيات في العالم أجمع كجزء اجبارى في المنهج هو أن الرياضيات تدرب العقل وتمدنا بأفضل تدريب في مجالات التفكير التحليلي والتركيبي ، وكذلك في استخدام الطرق المنطقية وعمليات التصنيف والاستنتاج والاستنباط ولعل عبارة (***الرياضيات ملكة العلوم***) ناتجة عن وضوح طريقتها وصدق منطقها وتطبيقها كذلك " لايوجد أى مشكلات في الأسس المنطقية المبنية عليها بالرغم من تغيرها المستمر سواء في محتواها أو طريقتها."(6 ، 1) فطريقة التفكير الرياضي والتي تقودنا للحصول على معرفة جديدة تصحح ادراكنا الحسي والذى يخضع دائما للخداع .

ولعل أهم أنواع التفكير العقلي المنطق الاستقرائي والتناظرى والاستنتاجي لكن التفكير الاستنتاجي هو مايدلنا على صحة النتيجة ونوضح ذلك :

فالتفاح أحمر لوجود ألاف من التفاح الأحمر هو منطق استقرائي وهذا لايمكن الاعتماد عليه لأنه لو وجدت تفاحة صفراء بين ألاف التفاحات لثبت خطأ الاستقراء .

أما التفكير التناظرى فيتضح عندما نقول ان أحمد تلميذ ممتاز في اللغات وعلى ذلك فان

توأمه خالد الذى يرث نفس الصفات ممتاز في اللغات وهذا غير صحيح .

وعندما نقول أن الأشكال الرباعية لها أربعة أضلاع والمستطيل شكل له أربعة أضلاع فالاستنتاج أن المستطيل شكل رباعي فهذا المنطق الاستنتاجي والذى يقوم على القياس وعدم التناقض بمعنى أن الافتراض لايمكن أن يكون صحيحا وخاطئا في نفس الوقت اضافة الى قانون الثالث المرفوع بمعنى أن الافتراض يكون صحيحا أو خاطئا ولاثالث لهما (حذف الوسط) .

والرياضيات مثل سائر العلوم أسلوب ونتاج ومنذ أكثر من ثلاثة ألاف عام بنى المفكرون والرياضيون العظام في الهند والصين واليابان واليونان ومصر وشبه الجزيرة العربية وأوروبا الحديثة وامريكا صرح الرياضيات العظيم ويضاف الى هذا الصرح كل عام حوالي مائة الف صفحة من الرياضيات الحديثة الخلاقة والتي تتضاعف على مدى عشر سنوات ، ان هذا العالم من الرياضيات الذى صنع بيد الانسان يعد عالما واسعا ومتشعبا الا أن الرياضيات بطبيعتها كاسلوب أهم بكثير من كونها نتاج فبينما النتاج أساسي في الحضارة الحديثة الا أن الاسلوب لايمكن الاستغناء عنه للاستمرار في التطور والنمو والتي هي سمات هذا العصر الحديث .

ثانياً :

ان مناهج الرياضيات تستهلك منا وقتا طويلا لتقديم المعرفة الرياضية كنتاج للتلاميذ ولكن يجب أن نقضى بعض الوقت في اعطاء المعرفة للتلاميذ كاسلوب أى اسلوب التفكير الرياضي وانماطه والذى سيقود التلاميذ الى ثقافة رياضية شبيهة بالثقافة العلمية والثقافة الانسانية هذا الاسلوب أصبح هدفا من أهداف التربية في الوقت الحاضر .

ثالثاً :

تظهر طبيعة الرياضيات في أن غالبية التلاميذ لايتمتعون عادة بنظرة شاملة للرياضيات فالرياضيات بحر عميق وحتى المتخصصون فيها لايرون الا جزءا صغيرا من الرياضيات نظرا لتخصصهم الدقيق لذلك لايستطيع أحد أن يتعلم الرياضيات بأكملها وبالرغم من ذلك فالرياضيات نفسها قد مهدت الطريق لانجازات علمية عظيمة .

فمثلاً ***اينشتين*** في نظريته النسبية العامة وهي فرع من فروع الفيزياء أدت الى اكتشاف الطاقة النووية وتحطيم الذرة وبذلك قاد العالم الى تقدم عظيم في تاريخ البشرية ولم يكن لآينشتين أن يصل لذلك أويكمل أفكاره بدون تطبيق حساب التفاضل والتكامل والهندسة الاقليدية ذات الفراغ رباعي الأبعاد باعتبار الزمن بعداً رابعاً كما شرحها ***لوباتشفسكي ومنكاوسكي*** .

رابعا :

تتميز طبيعة الرياضيات بالتجريد وهذا هو سر قوتها حيث أنها تتضمن وبمفهوم واحد مجرد الصفات الحيوية لكل المظاهر الفيزيائية لذلك المفهوم وعليه نجد أن الخط المستقيم في الرياضيات يتضمن الخيط المشدود وحافة المسطرة وطريق الشعاع الضوئي وهذه المفاهيم المجردة يمكن تمثيلها بالأرقام وان الفشل في ادراك هذا يمكن أن يؤدى الى الاضطراب ولتوضيح ذلك لنفرض أن شخصاً ذهب الى محل ألعاب للأطفال واشترى دراجتين لطفليه فاذا كان سعر الدراجة الواحدة هو 50 دينارا فعندما يطلب البائع مائة دينارا ثمنا للدراجتين فالرقم مائة هنا يفهم من البائع والمشترى أنه يمثل دنانيرأى أن دراجتين مضروبا في دنانير ينتج دنانير ولاينتج دراجات لماذا ؟ ... لاننا في الواقع لانضرب دراجات في دنانير لكننا نجرد الرقم اثنين والرقم خمسين من معناهما الفيزيائي نضربهما لنحصل على المائة ثم نربط الناتج بالمعنى الفيزيائي .

ومثال آخر.. أن الرياضيات تعتمد على التجريد أكثر منها على التطبيق العملي هو أن الاتجاه بسفن الفضاء التي تحط على القمر والكواكب الأخرى لم يُعد لها في المعمل وانما خططت وحسبت حساباتها على أسس تقديرية مجردة ثم جاءت بعد ذلك عمليات النمذجة والتطبيق العملي.
ومثال ثالث ...أن علاقة ***اينشتين*** في النظرية النسبية اكتشفت كعلاقة رياضية مجردة وظلت بعيدة عن التطبيق حوالى عشرين عاما حتى توصل العلماء الى توفير الشروط اللازمة لتطبيقها عمليا والتي قادت الى تحطيم الذرة في مجال الفيزياء .

إذن فالرياضيات مفيدة في الفيزياء والبيولوجي والعلوم الاجتماعية والاقتصاد والادارة

حيث تستخدم هذه العلوم الاساليب الرياضية وكذلك الرموز الخاصة بالرياضيات والمعلومات الرياضية الاولية ، على أن الاسهام الأكبر التي حصلت عليه هذه العلوم هو طريقة التفكير والذى هو من طبيعة الرياضيات .

خامسا :

ان طبيعة الرياضيات تتجلى في كونها لغة أو عائلة من اللغات المرتبطة بعضها ببعض بحيث أن عددا منها لايمكن أن يفهمها جميع الاختصاصيين في الرياضيات فمثلا التوبولوجي لغة رياضية حيث ارتباط الأشياء بالأماكن أو صفات الأشكال الهندسية التي لاتتغير اذا تغضن الورق الذى يتم رسمها عليه ويسمى هذا العلم أيضا بهندسة شرائح المطاط وهو شديد الفائدة في تصميم الدوائر الكهربائية المعقدة أو في دراسة عقد الحبال والجبر والهندسة كل منها لغة رياضية وهما مرتبطان علاقيا والمثلثات كحساب هو لغة أيضا والاحتمالات والاحصاء لغة والذى يستخدم في التأمين والرقابة على نوع الانتاج وفيه يتم تحديد زمن مفعول الأدوية وعملية توحيد اللغات هذه تجرى باستمرار من قبل العلماء في الرياضيات وهذه اللغات تساعد العلوم على تفسير ظواهرها وحل المشكلات المتعلقة بها .

سادساً :

ان طبيعة الرياضيات تظهر عندما نعلم أن معظم العلوم تعرف بالموضوعات التي تبحثها أما الرياضيات فانها تعرف بطرق البحث التي تتبع فيها فمثلا اذا كان الموضوع هو انتاج السلع والتأمين عليها فذلك علم الاقتصاد واذا كان الموضوع يتعلق بدورة حياة ديدان الأرض أو الهضم في الانسان فذلك هو علم الأحياء أما الرياضيات فليس لها موضوع على الاطلاق فقد يتبادر الى الذهن أن موضوع الرياضيات هو الأعداد والمقادير غير أن الواقع غير ذلك فمن الممكن اجراء عمليات تتناول الأعداد فحسب دون أن تعطى أى فكرة عن طبيعة الرياضيات فالآلات التي تقوم باجراء عمليات حسابية غاية في الدقة والسرعة والتعقيد ومع ذلك فهذه الآلات ليست رياضيات والسؤال الذى يطرح نفسه اذا لم تكن الأعداد والمقادير هي كل ما تبحثه الرياضيات فما هي

موضوعات الرياضيات اذن ؟ ...الاجابة عن ذلك هو انه لايوجد موضوع معين كما عبر عن ذلك ***برتراندرسل*** " **اننا عندما نتحدث عن الرياضيات فاننا لانعرف مالذى نتحدث عنه** "هذا الغموض في الرياضيات قد يتناقض مع كلامنا عن الرياضيات كأعظم ماأنتجه الفكر البشرى وسبب هذا التناقض يعود الى طبيعة التجريد وطبيعة الرموز فاذا ما فهم الفرد طبيعة التجريد تكتشف له روح الرياضيات .

سابعاً :

ان طبيعة الرياضيات تكمن في قوتها فلو أنك تصورت المجهود الذى يبذل في قياس مساحة سطح الأرض مباشرة أو طول نصف قطرها أو قياس طول محيطها أو قياس بعد الشمس عن الأرض أو أعماق البحار والمحيطات لقلت أن ذلك معجزة أو خرافة ولكن الذى يحدث أن كثيرا من العلاقات الموجودة في العالم الواقعي يمكن نقلها الى صورة رياضية بحيث يمكن اخضاعها للاستدلال الرياضي وهذا الناتج الاستدلالي يمكن اعادة نقله الى نتائج الواقع باستخدام الرياضيات التطبيقية (1 ، 87) .

ثامناً :

ان ما يميز طبيعة الرياضيات هو طريقتها التي لاتقتصر على بحث الكميات فان ما يتناوله البحث هو الرموز وليس ماتعبر عنه هذه الرموز وانما المهم هو قواعد البحث فبالرغم من عدم وضوح صفحة ملينة بالرموز الرياضية الا أننا لانتصور الرياضيات بدون رموزها فنحن نستخدم الرموز A , B , C ، .... للدلالة على الفئات وبالرغم من أهمية معرفتنا للمعنى الرمزى الا أن الرموز دائما لها صفة الشمولية وكذلك فالرموز تفيدنا في الاختصار لكم التعبيرات اللفظية التي تحمل العقل فوق طاقته وبالرغم من ذلك فانه عندما استخدمت الرموز في الواقع في الرياضيات بادىء الأمر كانت تمثل الأعداد الطبيعية { 1 ، 2 ، 3 ..... } ومن ثم امتدت هذه المعاني الى الكسور والجذور الصم والأعداد غير قياسية والأعداد الحقيقية والأعداد التخيلية والتي تبدو بقواعد الجبر الابتدائية لامعنى لها ولكن تطور الرياضيات جعل من التطبيق أكثر شمولا لدرجة اشتمال معنى الرموز لأشياء لاتشبه الأعداد بشىء كالعلاقات والرموز المنطقية .

وثمة فرع من فروع الرياضيات يسمى المنطق الرياضي الذى تمثل فيه الرموز قضايـــــــا أو مجموعات من القضايا وهذه بهدف تسهيل عملية الدراسة والبحث في الموضوع .

تاسعاً :

ان طبيعة الرياضيات تتميز بمظهر هام هو كفاءتها الهائلة فهي لغة علم دقيقة وموجـــــزة (مختصرة) فعندما يكتب الرمز (56^2) والذى يشمل على ثلاثة أرقام فقط فيكون التعبيـــــر اللفظي المعبر عنه هو أننا سنضيف ستة وخمسون وحدة ثم نضيف ستة وخمسون وحدة أخـــرى وهكذا نفعل ذلك ستة وخمسون مرة .

وبدل أن نجمع 1+ 2 + 3 + ...+ 1000 جمعا عاديا وتصور كم من الوقت سنحتـاج في ذلك فلقد سهلت الرياضيات هذه المهمة باستخدام قانون جمع المتوالية الحسابية بالقانون :

$$حـ_{ن} = \frac{ن}{2} (ح_1 + ح_{ن})$$

$$(1000 + 1) \frac{1000}{2} =$$

$$500500 =$$

حيث : $ح_1$ الحد الأول ، $ح_{ن}$ الحد الأخيـــر .

وبسبب دقة الرياضيات هذه واختصارها فإنها نوع رائع من الكتابة المختصرة والـــذى زاد من روعتها عملية التعبير عن الافكار المنطقية بأقصر وأوضح الطرق الممكنة وتتناسب فـــــي

صورة مثالية مع الوصف الكمي للعلاقات المجردة فادا قلنا أن أصل الرياضيات بدأ مع العد فانه أيضا يكون قد بدأ مع فكرة القياس .

وعلى سبيل المثال فالهندسة تتصل اتصالا مباشرا بفن الزراعة والمساحة ولعل المصريين القدماء استخدموا الثلاثية المشهورة { 3 ، 4 ، 5 } للتأكد من قياس الزوايا القائمة وهي نتيجة تؤكدها نظرية ***فيثاغورث*** والخاصة بالمثلث القائم الزاوية ، ولعل المتتبع للحضارة الاغريقية (الفيثاغوريون) يجد أن فكرة العدد لديهم كانت مرتبطة بفكرة الطول وحيث أن الطول لايمكن أن يكون سالبا لذلك لم يتوصلوا الى الأعداد السالبة والتي تعامل معها العرب نظرا لارتباطهم بالتجارة وعمليات الربح والخسارة .

عاشراً :

الرياضيات بطبيعتها أداة فالمعادلة الرياضية التي تكتشف يمكن استخدامها وتمثيلها في أكثر من ظاهرة في حقول مختلفة من حقول المعرفة وان حل معادلة بوسائل رياضية لايعطى حلا لمسألة واحدة بل لمسائل عديدة ترجع لتلك المعادلة فالمعادلة الرياضية لفقاعة الصابون المدردة على سلك هي نفسها المعادلة المستخدمة في دراسة قوة محركات الدفع في الطائرة أو غيرها ولعل أكثر مجالات الكهرباء تعتمد في فكرتها على المعادلات الرياضية التي تتعلق بالكهرباء وجد أنها تمثل معادلة أساسية في حقل مختلف عن الكهرباء مثل حساب قوة الضغط التي تحدثه عمارة مثل ناطحات السحاب مثلاً .

حادى عشر :

ان طبيعة الرياضيات تقوم على أساس من التراكيب أو البنى الرياضية وفي كل تركيب رياضي تترك بعض المفاهيم دون تعريف على أن تكون هذه المفاهيم محدودة والعلة في تركها دون تعريف هو اعطاء الفرصة لتفسير مدلولاتها طبقاً لطبيعة التركيب الرياضي الذى سوف يستخدم فمثلاً لفظ مجموعة " Set " لفظ غير معرف ولكن يفهم على أنه تجميع من العناصر المعرفة تعريفا جيدا فاذا كان مجال الدراسة هو الجبر أو الحساب فان العناصر تفسر على أنها أعداد واذا كان مجال الدراسة هو الهندسة فان العناصر تفسر على أنها نقط واذا كان المجال هو

هندسة التحويلات فالعناصر عبارة عن تحويلات الانعكاس أو الدوران أو الانتقال .

واذا حاولنا أن نعرف كل لفظ كما فعل اقليدس فاننا سندور في حلقة مفرغة ***فاقليـــــدس*** عرف النقطة بأنها ماليس له طول ولاعرض وهذا يقودنا الى تعريف كل من الطول والعـــرض وهكذا ، ويبنى التركيب الرياضي أيضاً على مجموعة من التعاريف والمسلمات والعلاقات بحيث لاتتناقض هذه العلاقات وعلاقات أخرى ثبت صحتها منطقياً في نفس المجال .

وبالرغم من أن هناك بعض المفاهيم التي لها أساساً مبني على الحدس (في المفاهيـــــم الفيزيائية) إلا أن هناك بعض المفاهيم ليس لها أساساً مفهوماً مثل المشتقة أو معدل التغير بالرغـم من أن لها علاقة بمفهوم فيزياني هو السرعة والعجلة .

ولقد ظهرت خلال تاريخ الرياضيات مفاهيم جديدة بمظهر مشكوك فيه فمثلا فكرة الأعـداد السالبة أو التخيلية رفضت من قبل بعض الرياضيين لكن هذه المفاهيم تصبح مقبولة عندما تصبـح الفائدة في استخدامها دليـــلاً .

ثاني عشر :

ان الرياضيات أقل بجزء قليل عن الكمال ويحاول الرياضيون على مر العصور بحـــذف حالات عدم الكمال والتي كان لها أكبر الأثر في اكتشاف وخلق رياضيات جديدة وهي ماتعـــرف بالرياضيات الحديثة سواء في الهندسات أو الأنظمة الرياضية والنماذج الرياضية والتي تقـــــدر بعشرة أمثال الرياضيات التي اكتشفت عبر العصور والأزمان وشملت حصرة جوانـــــب الرياضيات الخمس وهـــي :-

1- ***الكمال :*** (نقول أن النظام الرياضي كامل اذا كان من الممكن إثبات صحة أو عدم صحـــة كـل نظريـة ترتبط بالحدود المعرفة وغير المعرفة والمسلمات الخاصة بهـــذا النظـام أما اذا احتوى النظام على نظريات لم يستقر الرأى أو البحث العلمي علـــى صحتها أو عدم صحتها فنقول أن هذا النظام غيركامـــل .

2- الاستقلال : يكون النظام الرياضي مستقلاذا لم يمكن استبدال مسلمات هذا النظـــــــام بمسلمات أخـــرى .

3- النموذج : هو تفسير وتوضيح للحدود غير المعرفة (اللامعرفات) والتي تحول مسلمـات النظام الرياضي الى تقارير صحيحة .

4- المطلق : يكون النظام الرياضي مطلقاً اذا كان كل زوج من النماذج لهذا النظام متشاكل .

5- التآلف : ويقصد به أنه لايمكن إثبات نظرية رياضية ونقيضها داخل هذا النظام مـــــن المسلمات .

وعلى الرغم من الاكتشافات الهائلة التي ظهرت في الرياضيات إلا أن هنـاك بعض المشكلات لم يتوصلوا الى حلول نهائية لها حتى الآن وهي ليست بالكثيرة وانما هي توابع للاكتشافات العظيمة التي حدثت في علم الرياضيات بالمقارنة بتعدد فروع الرياضيات وتطبيقاتهـا (6 ، 23) .

ثالث عشر :

الرياضيات بطبيعتها مثالية في كينونتها فالرياضيون مثاليون عندما يهملون سمك الخـــط المستقيم المرسوم بالقلم السميك عند تعاملهم مع الخطوط المستقيمة أو اعتبارهم الأرض كرة تامـة في المسائل وهى في مثاليتها هذه لاتبتعد عن الواقعية بعدا خطيراً .

يضاف الى المثالية أن الرياضيات ذات طبيعة جمالية وفنية في تناسقها وترتيبها وتسلسل الأفكار الواردة فيها وهي تعبر عن رأى الفنان العالم الرياضي بأكثر الطرق فعالية واقتصادا وهي تولد أفكارا وبنى رياضية دائم عن ابداع الرياضي وقدرته على التخيل وكذلك علـى الحـــــدس (5 ، 16) .

وأخيـــرا ... فانه يمكن تحليل طبيعة ودور الرياضيات فيما قاله **نورث وايتهيد** في كتابـــه العلم والعالم الحديث " **لاشيء أكثر تأثيرا من حقيقة أنه كلما انسحبت الرياضيات الـى الطبقات العليا من الأفكار العظيمة والمجردة عادت ثانية الى الأرض وبزيادة فـي أهميـة تحليل الحقـائق الملموسة وبهذا تكون الأفكار المجردة السلاح الفعـال فـي السيطرة علـى أفكارنـا عـن الحقـائق الملموسة** " (3 ، 56) .

* فلسفة الرياضيات :

يعتقد كثير من الناس أن الرياضيات هي علم الحقائق المطلقة وأنها أى الرياضيات من الممكن أن تقدم الحقائق المادية جاهزة للعلماء ولذلك يقال عنها أنها ملكة العلوم وأن الحساب هو ملك الرياضيات .

والرياضيات" غالبا ما يضعها الرياضيين وهم غالبا أناس إما مكتشفون أو مخترعون للرياضيات وهم لايعرفون ما إذا كانت الكائنات الرياضية موجودة ولايعرفون ماإذا كانت النظريات الرياضية صادقة."(4 ، 15) وعلى ذلك :-

أولاً :

الرياضيات بمفهومها الفلسفي هي لعبة يضع فيها اللاعبون قواعدهم وقد لايلعبون لأى غرض غير اللعب طبقا للقواعد وقد يغير أى لاعب في أى وقت أية قاعدة بشرط ألا يؤدى هذا التغيير الى قواعد متناقضة طالما كان في وسع شخص واحد أن يلعب في الرياضيات وذلك لأن اللاعب لايحتاج الى موافقة شريك أو أكثر لتغيير قاعدة ما (1 ، 18) ومعنى ذلك أن الرياضيات بطبيعتها علم قائم على استنتاج قضايا أو حقائق من قضايا بسيطة أو مسلمات أو بديهيات يفترض صحتها .

والجدير بالذكر أن كلمة بديهية مأخوذة عن المعنى الاغريقى (التفكير باستحقاق) والاغريق هم الذين طرحوا فكرة البديهة واعتبر أفلاطون البديهيات الهندسية عبارة عن مجموعة حقائق معروفة سلفا ، أما **أرسطو** فلقد عبر في كتابه التحليل الهندسي ان البديهيات معروفة بحقيقتها من خلال الحدس الذى لايخطىء ويجب علينا امتلاك مثل هذه الحقائق التي هي أساس تفكيرنا أما اذا كان علينا استخدام حقائق غير معروفة بصحتها (نظرية) سنحتاج الى تفكير عقلي كي نثبت صحة هذه الحقائق وعلينا أيضاً تكرار مثل هذه العملية كثيراً .

ولكي نوضح فكرة استنتاج قضايا من حقائق أو مسلمات أو بديهيات فعندما نقـــــول ان القضيـــــة : -

(اذا تقاطع مستقيمان فكل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتين) .

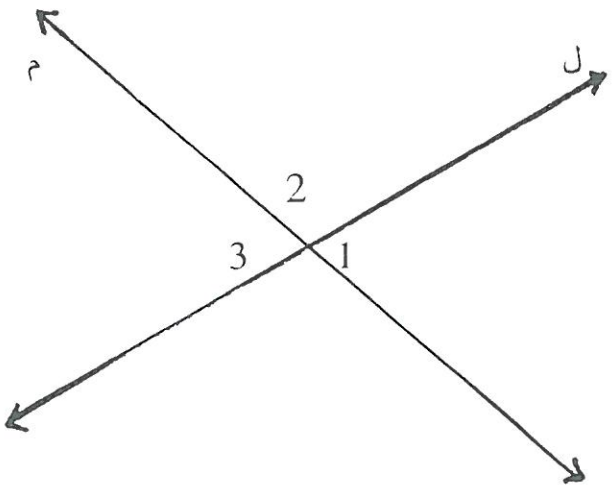
فلبرهنة هذه النظرية نحتاج الى بدبهيتين هما :-

أ- اذا تساوت عدة كميات كل منها لكمية واحدة فان تلك الكميات تساوى بعضها بعضاً .

ب- اذا تساوت كميتان وطرح من كل منهما كمية واحدة معينة فالكميات المتبقية متساوية .

وكذلك نحتاج الى النظرية ((قياس الزاوية المستقيمة 180°)) .

فلبرهنـــة أن :



$\hat{1} = \hat{3}$

نجد أن :

$\hat{1} + \hat{2} = 180°$

$\hat{2} + \hat{3} = 180°$

$\hat{1} + \hat{2} = \hat{2} + \hat{3}$

حسب البديهية ب فيطرح 2 من الكميتين في الطرفين تكون النتيجة استنادا الى البديهـــــة السابقة الذكر (ب) أن : $\hat{1} = \hat{3}$

والاثبات هنا قائم على النتيجة المنطقية للبديهيات أو المسلمات التي سلمنا بصحتها وبحيث لاتتناقض هذه النتيجة مع القياسات .

واذا كان لدينا قضية أو جملة شرطية صائبة مثل ب ← حـ وتقرأ اذا كانت القضية ب فان القضية حـ وهذه الجملة الشرطية يتحدد صوابها أو خطأها بناءً على صواب أو خطأ مكوناتها كما يوضح ذلك الجدول التالي :- .

ب	حـ	ب ← حـ
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	ص
خ	خ	ص

ومن الجدول المنطقي للقضية الشرطية الثنائية نجد أن الحكم يعتمد على مقدمة الشرط (ب) وجواب الشرط (حـ) وتكون القضية خاطئة في حالة وحيدة عندما تكون المقدمة صائبة والنتيجة خاطئة .

كذلك فان صواب أو خطأ هذه القضية لايرتبط بنوع الجملة أومجالها فقد تحكم على القضية : (2 + 3 = 7) ← للقط أربعة مخالب

بالصواب وهنا نلاحظ اننا استخدمنا في المقدمة للجملة اعداد تجمعهم علاقة وفي النتيجة صفة من صفات الحيوان وطبعا لايوجد ارتباط بين عملية الجمع وصفات القط .

وعلى ذلك فلا عجب عندما نقول أن الرياضيين هم في الحقيقة أناسٌ لايعرفون ما اذا كانت

الرياضيات موجودة في الواقع ولايعرفون أيضا ماذا كان ما يكتبونه في الرياضيات من براهين أو استنتاجات صحيحة أم لا ؟ اذ ليس ثمة وسيلة لتقرير صدق أو خطأ البديهيات أو المسلمات وهذا ما قصده برتراند رسل عندما قال نحن الرياضيون لانعرف أبدا فيما اذا كان ما نقوله في الرياضيات صحيحا أم لا .

ثانياً :

يؤكد أفلاطون (427 – 347 ق.م) في كتابه الجمهورية " أن الحقيقة الملازمة لظواهر الأشياء والتي هي حقيقة متوازنة هي حقيقة رياضية ولفهم الواقع يجب استنباط الظواهر عن العالم المحيط بدون فرضها عليه والرياضيات هي القاعدة الرئيسية في أصل الوجود كما أنها الحقيقة الخالدة (2 ، 10) " .

وللتأكيد على أهمية الرياضيات وتميزها عن باقي العلوم من خلال قابلية العقل على ادراك قوانين ليس لها القدرة على وصف العالم الخارجي فحسب بل انها تتنبأ بماهية هذا العالم الخارجي والذى تحكمه علاقات رياضية .

ونجد أن **أفلاطون** اعتبر الرياضيات جزءاً من نظام عام هو العالم غير المادى أو عالم ماوراء الطبيعة أو عالم الأفكار المثالية .

ثالثاً :

يقول عالم الرياضيات الشهير ديفيد جلبرت سنة 1900 أن الرياضيات هي أساس المعرفة الحقيقية للظواهر الطبيعية وان بعض العلوم تتكون من مجموعة نظريات رياضية مزخرفة بحقائق فيزيائية قليلة وعلى النقيض من الانطباعات التي يحصل عليها الطلبة في مدارسهم لاتعتبر الرياضيات مجموعة من طرق الاستنتاج التقني بل تخبرنا عن غير ما هو معروف في ظواهر أساسية وفي بعض الحالات تناقض ادراكنا الحسي فهي جوهر معرفتنا بالعالم الفيزيائي كما أنها لاتسمو فوق ادراكاتنا فحسب بل تفوقها .

رابعاً :

يمكن تقسيم الرياضيين الى مدرستين من مدارس الفكر هما :

أ- مدرسة تؤمن أن الرياضيات توجد في الطبيعة كما أن بعض قوانين معينة توجد في الطبيعة .

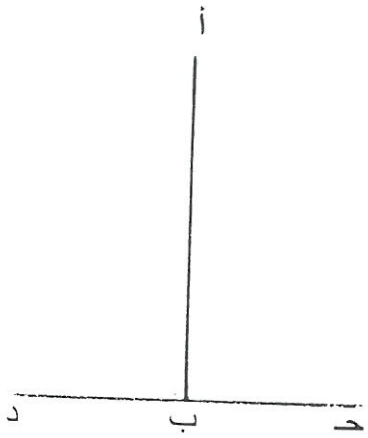
ب- مدرسة ترى أن الرياضيات مثل الفن ، هذا الفن لايتأتى إلا من فنان ، في هذه الحالة ان الرياضي هو ما يخلق الرياضيات .

والبعض الآخر من أمثال " **كرونكر** " يؤمن أن الله خلق الانسان والباقي صنعه الانسان (4 ، 6) .

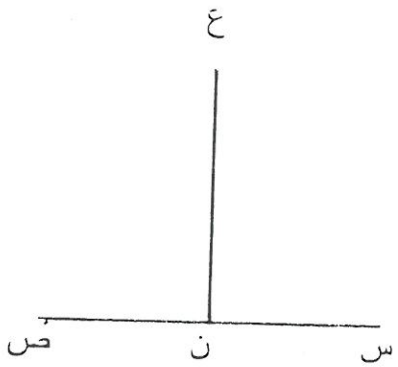
يقول **عمانويل كانت** (1724 - 1804) نستطيع القول وبثقة أن بعض المعارف التركيبية البحتة كالرياضيات البحتة والفيزياء البحتة هما حقائق موجودة لانهما يحتويان على فرضيات مطلقة الصحة ولاتعتمد على التجربة وعلى الرغم من تأكيد كانت على أن كل بديهيات ونظريات الرياضيات هي حقائق فانه يقبل بمثل هذه الحقائق والتي لم تقد مها التجربة .

خامساً :

غالبية الرياضيات لاتعتمد على التجربة أو الحواس لأن ادراكنا الحسي يولد انطباعاً غير مباشر عن هذا العالم أو عن الحقيقة الفيزيائية فالحواس مخدوعة في ادراكها من جهة ومن جهة أخرى فانها تخدع في بعض الأحيان ولذلك فالثقة المطلقة بحواسنا قد تقودنا الى الفاجعة ولنأخذ مثالا على خداع الحواس من قبيل حاسة البصر فالعالم **هيرمان هيلمهولتز** (1821 -1894) رسم الشكل (1) ويبدو واضحاً من الشكل أن الخط العمودى $\overline{أب}$ أطول من الخط الأفقي ج د لكنهما في الحقيقة متساويين في الطول,في الشكل (2) يبدو الخط العمودى $\overline{ع ن}$ والخط الأفقي $\overline{س ص}$ متساويين في الطول لكن الحقيقة أن العرض هو الأطول أي $\overline{س ص}$ أطول من $\overline{ع ن}$.

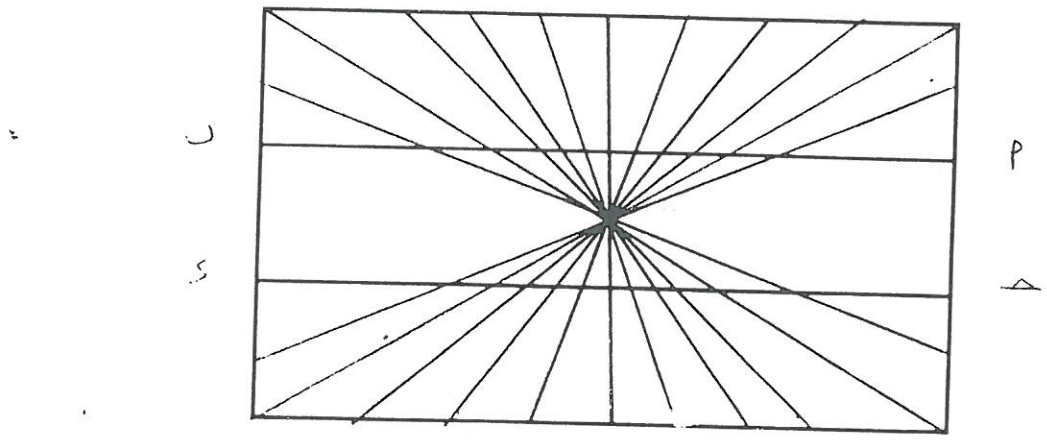


شكل (1)



شكل (2)

كذلك نجد من خداع البصر والذى نشره هيرنك سنة 1861 يبدو فيه أن الخطين المستقيمين **أب** ، **حـ د** وكأنهما منحنيان من جراء تقاطعهما مع الخطوط المائلة شكل (3) :



شكل (3)

والصورة في شكل (4) من تصميم **فرانز مولر** 1899 توضح أن الخطين **أب** ، **حـ د** غير متساويين في حين أنهما متساويان في الطول .

شكل (4)

كذلك من ظواهر خداع البصر والتي تعتمد على انكسار الضوء هي ظاهرة السراب والتي تحدث في أيام الصيف الحار حيث ترى الطريق من بعيد وكأنه مغطى بالماء لكن عندما تقترب من هذا المكان تجده جافا لا ماء فيه .

وأيضا من خداع البصر رؤية لون ماء البحر أزرقا في حين أنك عندما تغرف غرفة من هذا الماء تجد لالون له .

وماينطبق على خداع البصر ينطبق مثله على خداع التذوق فالشراب حلو المذاق يصبح تدريجيا أقل حلاوة فمثلا حاول أن تحتفظ بمحلول قوى من الماء والسكر بفمك لثوان قليلة ثم تذوق بعدها ماءً نقياً ستجد أن الماء النقي مذاقه مالحا لاذعاً .

كذلك نجد خداع اللمس فعند غمس يدك اليمنى في وعاء به ماء بارد ويدك اليسرى في وعاء به ماء حار وبعد دقائق اغمس كلتا يديك في ماء دافىء تجد ان اليد اليمنى والتي كانت في الماء البارد تشعر بالسخونة ويدك اليسرى التي كانت في الماء الحار تشعر بالبرودة .

ولكي تتلافى خداع الحواس هذه وكذلك أنواع الحدس الخاطىء فلا بد من استخدام الرياضيات كي ترشدنا عن معالم العالم المحيط بنا بدرجة كبيرة وتعزز معلوماتنا عن هذا العالم الفيزيائي .

ولقد استطاع الاغريق منذ القرن السادس قبل الميلاد فهم الطبيعة واعتبروا أن الظواهر الفيزيائية تتبع وبدقة خطة ثابتة ذات أساس رياضي في جوهرها وبمجيء الفيثاغورسيون طرحوا برنامج اكتشاف تركيب الطبيعة,الحاجة الى الرياضيات حيث نجدهم وجدوا أن :-

أ- بعض الظواهر والتي لها اشكال فيزيائية متنوعة لها نفس العلاقات الرياضية فالقمر والكرة المطاطية لهما نفس الشكل وكذلك لهما الكثير من الصفات العامة للكرات .

ب- جوهر العلاقات الرياضية في الأرقام والعلاقات الرقمية فالرقم كان الأداة الرئيسية في وصف الطبيعة وكان هو المادة وكذلك شكل العالم .

حـ- كل شيء عبارة عن رقم حتى أنهم صوروا الأرقام على شكل نقاط كما وأنهم رتبوا مثل هذه النقاط بأشكال هندسية كل واحد منها يمكن أن يعبر عن جسم حقيقي . (46 ، 2)

د - ان الطبيعة مركبة من سلسلة رباعية فالعناصر الهندسية الأربعة هي (النقط ، الخط السطح ، الجسم) والعناصر المادية الأربعة هي (الأرض ، الهواء ، النار ، الماء)

هـ- ان الأرقام الأربعة للمجموعة الرباعية جمعت مع بعضها لتكون الرقم 10 وبذلك أصبح الرقم عشرة هو الرقم المثالي الذى يمثل العالم .

وعموما فالرياضيات ظهرت أول ما ظهرت لتصحيح الادراكات الحسية وتوسيع المعرفة البشرية بالعالم المحيط بنا فجوهر الرياضيات يرسم للعقل البشرى المعرفة بالعالم الفيزيائي .

* ملخص الدراسة

تناول الباحث في هذه الدراسة بالتقديم لأهمية الرياضيات ودورها في نمو ورقي الأمم وان الرياضيات الحالية ليست وليدة هذا العام وانما هي تراكمات لانتاج علماء الرياضيات على مر العصور والأعوام .

ثم تناول الباحث تقديم مفهوم طبيعة الرياضيات والتعريف بها من خلال مجموعة من النقاط والتي يحتاج لها تلاميذ وطلاب المدارس والجامعات من جهة وحتى المثقف غير المتخصص في الرياضيات .

ثم التقديم لمفهوم فلسفة الرياضيات حيث عرض الباحث تعريفات الرياضيات وأسسها في اطار فلسفي يزيد من حصيلة القارىء المعرفية في هذا المجال .

والباحث عندما يقدم هذه الدراسة انما لكي يُعرف ويوضح نقاط كثيرة عن الرياضيات تغيب عن أذهان الكثيرين حتى من المتخصصين في تدريس هذه المادة .

المراجع

1- **المكتب العالمي للبحوث** : الرياضيات لغة العلم – دار مكتبة الحياة للطباعة والنشر، سوريا – 1983 .

2- **سمير ياسين يوسف** : الرياضيات والبحث عن المعرفة – دار الشئون الثقافية العامة بغداد 1987

3- ***غالب الطويل*** : دراسة لبعض العوامل المسهمة في عدم اقبال الطلاب على دراسة الرياضيات في المرحلة الثانوية بدولة قطر – رسالة ماجستير غير منشورة – كلية التربية ، جامعة طنطا 1988

4- ***فردريك هـ .بل*** : ترجمة وليم عبيد وآخرون – طرق تدريس الرياضيات الجزء الثاني – الدار العربية للنشر والتوزيع القاهرة – 1986 .

5- ***فريد ابو زينة*** : الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها – دار الفرقان للنشر والتوزيع عمان – 1982 .

6- ***ناجي ديسقورس ميخائيل ، ابراهيم عساف*** : استراتيجيات في تعليم وتعلم الرياضيات – مكتبة جامعة طنطا – 1988